KIT-Fakultät für Informatik
Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour

Musterlösungen zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 08. April 2021

Name:	Vorname:	Matrikelnummer:
Denavit	Hartenberg	$\frac{\pi}{2}$

Aufgabe 1	von 8 Punkten
Aufgabe 2	von 8 Punkten
Aufgabe 3	von 6 Punkten
Aufgabe 4	von 7 Punkten
Aufgabe 5	von 8 Punkten
Aufgabe 6	von 8 Punkten

Gesamtpunktzahl:	45 von 45 Punkten

	Note: **1,0**

Aufgabe 1 *Kinematik*

1. DH-Parameter des Roboters: 2 P.

Gelenk	$\boldsymbol{\theta_i}$ [°]	$\boldsymbol{d_i}$ $[\boldsymbol{mm}]$	$\boldsymbol{a_i}$ $[\boldsymbol{mm}]$	$\boldsymbol{\alpha_i}$ [°]
G1	θ_1	0	10	0
G2	θ_2	0	50	0

2. Vorwärtskinematik: 2 P.

Rechenweg:

$$A_{0,1} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 10\cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 10\sin\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_{1,2} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 50\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 50\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{0,2} = A_{0,1} \cdot A_{1,2} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1+\theta_2) & -\sin(\theta_1+\theta_2) & 0 & 10\cos\theta_1 + 50\cos(\theta_1+\theta_2) \\ \sin(\theta_1+\theta_2) & \cos(\theta_1+\theta_2) & 0 & 10\sin\theta_1 + 50\sin(\theta_1+\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Lösung:

$$f(\theta) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10\ \cos\theta_1 + 50\ \cos(\theta_1+\theta_2) \\ 10\ \sin\theta_1 + 50\ \sin(\theta_1+\theta_2) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \theta_1+\theta_2 \end{pmatrix}$$

3. Jacobi-Matrix: **4 P.**

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10\,\sin\theta_1 - 50\,\sin(\theta_1+\theta_2) & -50\,\sin(\theta_1+\theta_2) \\ 10\,\cos\theta_1 + 50\,\cos(\theta_1+\theta_2) & 50\,\cos(\theta_1+\theta_2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 *Dynamik*

1. (a) Erklärung und Benennung: 1 P.
   - Generalisierte Koordinaten sind ein minimaler Satz an voneinander unabhängigen Koordinaten, welche den aktuellen Systemzustand vollständig beschreiben.
   - In der Bewegungsgleichung sind das die Gelenkwinkelpositionen q.

   (b) Ausdrücke und Dimensionen: 2 P.

Ausdruck	**Dimension**	**Beschreibung**
τ	n bzw. $(n \times 1)$	Vektor der generalisierten Kräfte
$M(q)$	$n \times n$	Massenträgheitsmatrix
$C(\dot{q}, q)$	$n \times n$	Zentripetal- und Coriolismatrix
$g(q)$	n bzw. $(n \times 1)$	Vektor der Gravitationskomponenten

2. (a) Kinetische und potentielle Energie: 2 P.

$$E_{kin,1} = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 = \tfrac{1}{2} m\, l^2\, \dot{q}_1^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \dot{q}_1^2 = 2 \cdot \dot{q}_1^2$$

$$E_{pot,1} = m\, g\, h = m\, g\, l \cdot \sin(q_1) = 1 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot \sin(q_1) = 19,62 \cdot \sin(q_1)$$

   (b) Lagrange-Funktion (allgemein und eingesetzt für den Roboter): 1 P.

$$L(q, \dot{q}) = E_{kin} - E_{pot}$$

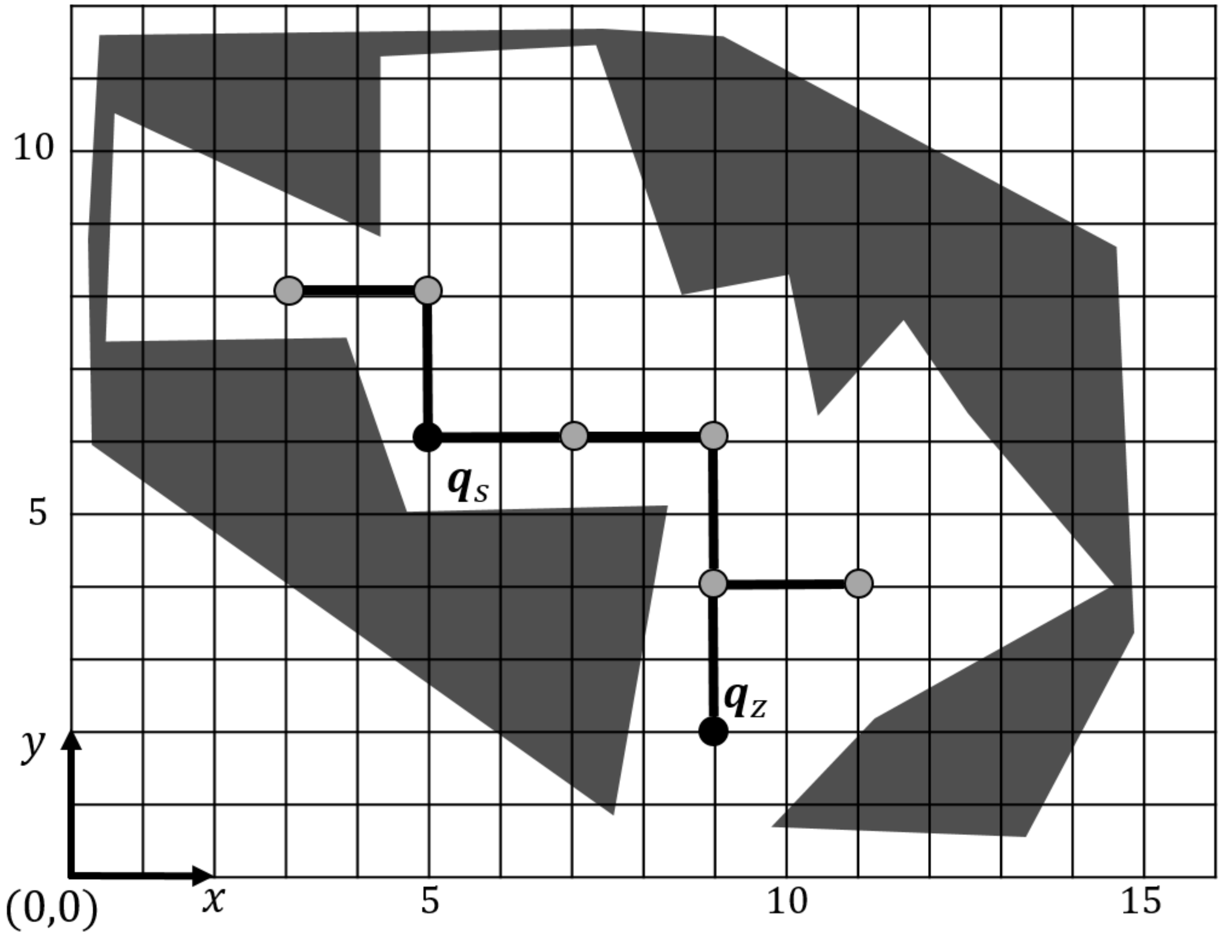
$$L(q_1, \dot{q}_1) = E_{kin,1} - E_{pot,1} = 2 \cdot \dot{q}_1^2 - 19,62 \cdot \sin(q_1)$$

   (c) Bewegungsgleichung: 2 P.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} &= 4 \cdot \dot{q}_1 \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\right) &= 4 \cdot \ddot{q}_1 \\
\frac{\partial L}{\partial q_1} &= -19,62 \cdot \cos(q_1) \\
\tau_1 = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} &= 4 \cdot \ddot{q}_1 + 19,62 \cdot \cos(q_1)
\end{aligned}$$

Aufgabe 3 *Bewegungsplanung*

1. RRT-Algorithmus: 4 P.



2. Zweck: 1 P.

   Optimieren der Pfadlänge im lokalen Umfeld des aktuellen Samples

   Vorgehen:

   Überprüfe für alle Knoten, deren Abstand geringer als ein Schwellwert ist, ob die Kosten über den neu hinzugefügten Knoten geringer sind. Verkette die Knoten neu, wenn dies zu einer kürzeren Pfadlänge führt.

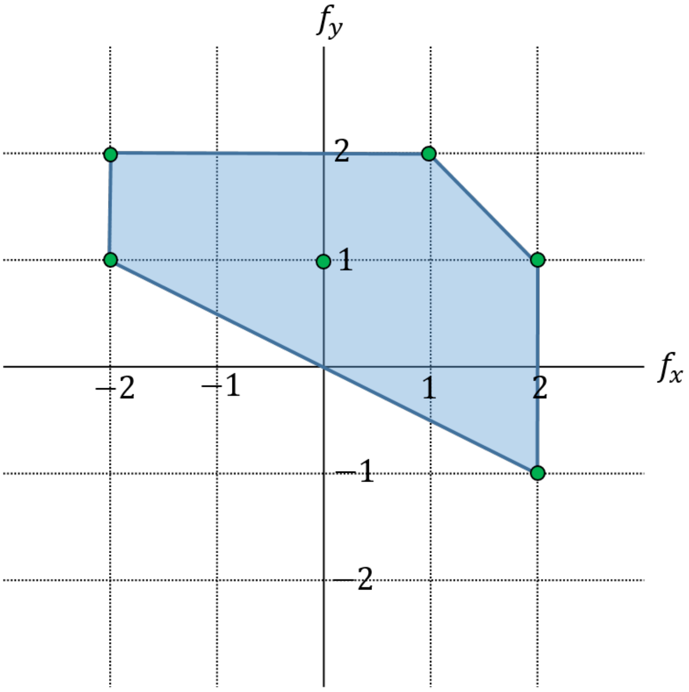
3. Ziel: 1 P.

   Einhaltung der Nebenbedingung durch Projektion der Stichprobe auf eine niedrigdimensionale Mannigfaltigkeit (manifold), in der die Nebenbedingungen erfüllt sind.

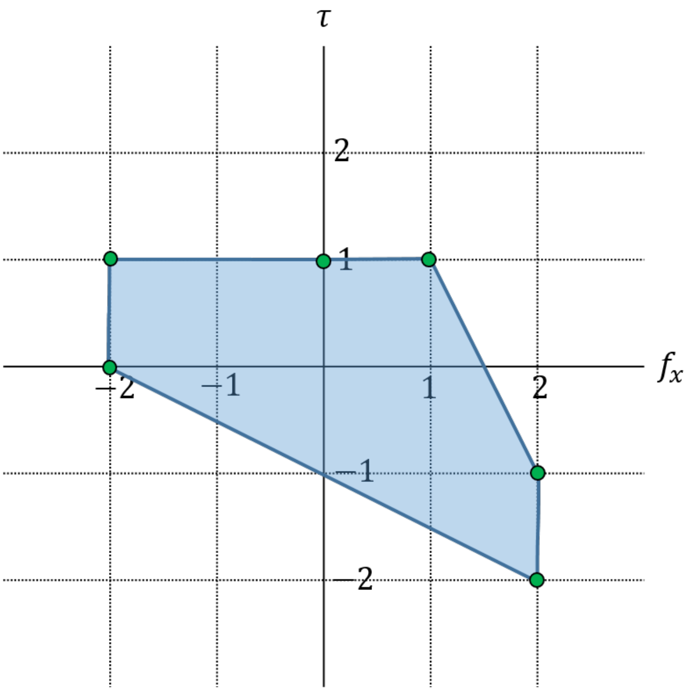
Aufgabe 4 *Greifen*

1. Projektionen: 4 P.

   (f_x, f_y)-Ebene:



   (f_x, τ)-Ebene:



2. Schranke: $\boxed{\text{1 P.}}$

   Die ε-Metrik ist der Radius der größten Kugel um den Ursprung des GWS, die noch vollständig in GWS enthalten ist. Auf der (f_x, f_y)-Ebene ist der Ursprung am Rand des GWS. Der Radius der größten Kugel ist also:

   $\varepsilon \leq 0$

3. Kraftgeschlossenheit: $\boxed{\text{1 P.}}$

   Der Griff ist nicht kraftgeschlossen.

   Zwei alternative Begründungen möglich:

   - ε-Metrik ist 0, da minimaler Abstand zum Ursprung 0 ist (siehe Projektion auf (f_x, f_y)-Ebene).
   - Die Wrenches spannen nicht den gesamten $\mathbb{R}^3$ auf. Eine Kraft $(f_x, f_y) = (-1, -1)$ kann nicht als positive Linearkombination erzeugt werden ($\text{pos}(W) \neq \mathbb{R}^3$).

4. Kontaktmodell: $\boxed{\text{1 P.}}$

   Mögliche Antworten:

   - Starrer Punktkontakt mit Reibung
   - Nicht starrer Punktkontakt mit Reibung (Soft-Kontakt)

5. Anzahl:

   Jeder Kontakt würde nur einen Wrench erzeugen. $\boxed{\text{1 P.}}$

Aufgabe 5 *Bildverarbeitung*

1. Lochbildkamera **2 P.**

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} + \frac{1}{z} \begin{pmatrix} f_x \cdot x \\ f_y \cdot y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(u-c_x)\,z}{x} \\ \frac{(v-c_y)\,z}{y} \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u - c_x \\ v - c_y \end{pmatrix}$$

$f_x = 100$

$f_y = 200$

Klassisches Modell: Nicht anwendbar, da $f_x \neq f_y$

2. Filteroperation: **2 P.**

2D Gauß-Funktion

$$w(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2})$$

Funktion: Rauschunterdrückung/Kantenglättung

3. RANSAC:

(a) $\mathbb{M}_{1,Inlier} = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ **2 P.**

$\mathbb{M}_{2,Inlier} = \{P_1, P_3, P_4\}$

(b) Bestes Modell: **1 P.**
Es gibt kein global bestes Modell, da z.B. die Inlier-Menge für das Modell durch P_4, P_5 gleich $\mathbb{M}_{1,Inlier}$ ist.

Aufgabe 6 *Roboterprogrammierung*

1. Unterschied: 1 P.

   On-line: Direkt am Roboter (an der Robotersteuerung).
   Off-line: Ohne Roboter (textuell, graphisch, interaktiv).

2. 1 P.

   Implizit: Aufgabenorientiert. Die Aufgabe, der der Roboter durchführen soll, wird beschrieben. Was ist zu tun?

   Explizit: Roboterorientiert. Bewegungen und Greiferbefehle werden beschrieben. Wie ist etwas zu tun?

3. Hauptziel: 1 P.

   - Intuitive Roboterprogrammierung ohne Expertenwissen
   - Lernen von Task-Modellen aus Demonstrationen des Menschen

4. Gründe: 2 P.

   - Komplexitätsreduktion des Suchraums während des Lernens
   - Impliziter Mechanismus zum Trainieren von Robotern (Reduktion des expliziten Programmierens)
   - Verständnis der Kopplung von Perzeption und Aktion (Lernen relevanter Beziehungen zwischen diesen)

5. Kriterien: 3 P.

   - Lokale Minima und Maxima sowie Pausen im Aufgabenraum
   - Lokale Minima und Maxima sowie Pausen im Konfigurationsraum
   - Globale Minima und Maxima sowie Pausen im Aufgabenraum
   - Globale Minima und Maxima sowie Pausen im Konfigurationsraum
   - Minimierung des Approximationsfehlers zwischen der Demonstration und einer Grundfunktion